

第 16 章 长面板与动态面板

16.1 长面板的估计策略

对于短面板, 时间维度 T 较小, 无法探讨扰动项 $\{\varepsilon_{it}\}$ 是否存在自相关, 故一般假设 $\{\varepsilon_{it}\}$ 为 iid。

对于长面板, 由于 T 较大, 信息较多, 可放松此假定, 考虑 $\{\varepsilon_{it}\}$ 可能存在的异方差与自相关。

在长面板中，由于 n 相对于 T 较小，对可能存在的固定效应，可加入个体虚拟变量(LSDV 法)。

对于时间效应，可加上时间趋势项来控制(由于 T 较大，如加上时间虚拟变量，将损失较多自由度)。

考虑以下模型：

$$y_{it} = \mathbf{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_{it}$$

\mathbf{x}_{it} 可包括常数项、时间趋势项、个体虚拟变量、不随时间变化的解释变量 \mathbf{z}_i 。

考虑扰动项 $\{\varepsilon_{it}\}$ 存在异方差或自相关的几种情形。

(1) 记 $\sigma_i^2 \equiv \text{Var}(\varepsilon_{it})$ 。如果存在 $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ ($i \neq j$)，则扰动项 $\{\varepsilon_{it}\}$ 存在“组间异方差” (groupwise heteroskedasticity)。

(2) 如果存在 $\text{Cov}(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{is}) \neq 0$ ($t \neq s, \forall i$)，则扰动项 $\{\varepsilon_{it}\}$ 存在“组内自相关” (autocorrelation within panel)。

(3) 如果存在 $\text{Cov}(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}) \neq 0$ ($i \neq j, \forall t$)，则扰动项 $\{\varepsilon_{it}\}$ 存在“组间同期相关” (contemporaneous correlation) 或“截面相关” (cross-sectional correlation)。

比如，对于省际面板，相邻省份之间的同期经济活动可能通过贸易或投资相互影响，也称“空间相关” (spatial correlation)。

对于 $\{\varepsilon_{it}\}$ 可能存在的组间异方差、组内自相关或组间同期相关，主要有两类处理方法。

方法一，继续使用 OLS(即 LSDV)估计系数，只对标准误进行校正(即面板校正标准误)。

方法二，对异方差或自相关的具体形式进行假设，使用 FGLS 进行估计。

16.2 面板校正标准误

即使 $\{\varepsilon_{it}\}$ 存在组间异方差或组间同期相关，OLS(即 LSDV)依然一致。但须使用“组间异方差、组间同期相关”稳健的标准误差即可，即“面板校正标准误差”(Panel-Corrected Standard Error, 简

记 PCSE)。相应的 Stata 命令为 `xtpcse`。

16.3 仅解决组内自相关的 FGLS

假设 ε_{it} 服从 AR(1)过程：

$$\varepsilon_{it} = \rho_i \varepsilon_{i,t-1} + v_{it}$$

其中， $|\rho_i| < 1$ ， $\{v_{it}\}$ 为 iid 且期望为 0。

如果 $\rho_i = \rho$ ($i = 1, \dots, n$)，则所有个体的扰动项都服从自回归系数相同的 AR(1)过程。

使用 Prais-Winsten 估计法对原模型进行广义差分变换，可得到 FGLS 估计量。

16.4 全面 FGLS

虽然命令 `xtpcse` 提供了组间异方差与同期相关稳健的面板校正标准误差，但在进行 FGLS 估计时仅针对组内自相关，未考虑组间异方差或同期相关。

更为全面的 FGLS 估计则同时考虑这三个因素。

可先对原方程进行 OLS 估计，使用残差 $\{e_{it}\}$ 估计 ε_{it} 的协方差矩阵，以此进行 FGLS 估计，或迭代 FGLS 估计。

16.5 组间异方差的检验

原假设为“不同个体的扰动项方差均相等”，即 $H_0: \sigma_i^2 = \sigma^2$ ($i=1, \dots, n$)。在原假设成立的前提下，

$$\frac{\hat{\sigma}_i^2 - \sigma^2}{\sqrt{\text{Var}(\hat{\sigma}_i^2)}} \xrightarrow{d} N(0, 1)$$

其中， $\hat{\sigma}_i^2 = \sum_{t=1}^T e_{it}^2 / T$ 为 σ^2 的一致估计量， e_{it} 为对应于 ε_{it} 的残差。

将上式平方可得

$$\frac{(\hat{\sigma}_i^2 - \sigma^2)^2}{\text{Var}(\hat{\sigma}_i^2)} \xrightarrow{d} \chi^2(1)$$

另一方面， $\text{Var}(\hat{\sigma}_i^2)$ 的一致估计量为

$$\widehat{\text{Var}(\hat{\sigma}_i^2)} = \frac{1}{T} \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (e_{it}^2 - \hat{\sigma}_i^2)^2$$

假设每位个体的扰动项相互独立，可得沃尔德统计量：

$$W \equiv \sum_{i=1}^n \frac{(\hat{\sigma}_i^2 - \sigma^2)^2}{\widehat{\text{Var}(\hat{\sigma}_i^2)}} \xrightarrow{d} \chi^2(n)$$

16.6 组内自相关的检验

原假设为“不存在组内自相关”，即 $H_0: \text{Cov}(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{is}) = 0$ ($t \neq s, \forall i$)。

给定个体 i ，对原方程进行一阶差分：

$$\Delta y_{it} = \Delta \mathbf{x}'_{it} \boldsymbol{\beta} + \Delta \varepsilon_{it}$$

在原假设下， $\Delta \varepsilon_{it}$ 的方差与自协方差(autocovariance)分别为：

$$\text{Var}(\Delta \varepsilon_{it}) = \text{Var}(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1}) = \text{Var}(\varepsilon_{it}) + \text{Var}(\varepsilon_{i,t-1}) = 2\sigma_{\varepsilon}^2$$

$$\begin{aligned}\text{Cov}(\Delta\varepsilon_{it}, \Delta\varepsilon_{i,t-1}) &= \text{Cov}(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1}, \varepsilon_{i,t-1} - \varepsilon_{i,t-2}) \\ &= -\text{Cov}(\varepsilon_{i,t-1}, \varepsilon_{i,t-1}) = -\text{Var}(\varepsilon_{i,t-1}) = -\sigma_{\varepsilon}^2\end{aligned}$$

故自相关系数为

$$\text{Corr}(\Delta\varepsilon_{it}, \Delta\varepsilon_{i,t-1}) = \frac{\text{Cov}(\Delta\varepsilon_{it}, \Delta\varepsilon_{i,t-1})}{\text{Var}(\Delta\varepsilon_{it})} = \frac{-\sigma_{\varepsilon}^2}{2\sigma_{\varepsilon}^2} = -0.5$$

记 $\Delta\varepsilon_{it}$ 的样本值为 e_{it} ，对 e_{it} 进行一阶自回归：

$$e_{it} = \rho e_{i,t-1} + \text{error}_{it} \quad (i = 1, \dots, n; t = 3, \dots, T)$$

然后对原假设“ $H_0 : \rho = -0.5$ ”进行沃尔德检验(t 或 F 检验)。

16.7 组间同期相关的检验

原假设“不存在组间同期相关”，即 $H_0: \text{Cov}(\varepsilon_{it}, \varepsilon_{jt}) = 0 \ (i \neq j, \forall t)$ 。

如果原假设成立，则根据残差计算的不同个体扰动项的相关系数应接近于 0。

将这些相关系数排成矩阵，即“残差相关系数矩阵” (correlation matrix of residuals)，则该矩阵非主对角线元素应离 0 不远。

根据残差相关系数矩阵，可设计以下几种检验。

Greene (2000, p.601) 提供了一个对组间同期相关的 Breusch-Pagan LM 检验，可由非官方命令 `xttest2` 来实现，但仅适用于长面板。

检验组间同期相关的另一非官方命令 `xtcscd` 则也适用于 n 大 T 小的短面板。

它包括三种检验方法，分别由 Friedman (1937), Frees (1995, 2004), 以及 Pesaran (2004) 所提出。

16.8 变系数模型

对于长面板数据，由于样本容量大，还可允许每位个体的回归方程斜率也不同，称为“变系数模型”。

“变系数模型”分为两大类，取决于将“可变系数”视为常数还是随机变量。

1. 将可变系数视为常数

假设

$$y_{it} = \mathbf{x}'_{it}\boldsymbol{\beta}_i + \varepsilon_{it}$$

其中 $\boldsymbol{\beta}_i$ 为个体 i 对应的系数。

可对每个个体方程进行“分别回归”(separate regressions)。

但如果不同个体的扰动项相关，则分别回归的效率不高。

有效率的做法是，把所有个体回归方程叠放，然后使用“似不相关回归”(SUR)对整个方程系统进行系统估计。

此法的缺点是，需要估计较多参数，损失自由度。

作为折衷，可考虑“部分变系数模型”，即允许 β_i 中的部分系数(比如，研究者感兴趣的系数)依个体而变，而其余系数则不变。

在此情况下，不再适用 SUR，因为各个体方程除了扰动项相关外，还拥有部分相同的系数(跨方程约束)。

此时，可以使用 LSDV 法，即在回归方程中，引入个体虚拟变量，以及虚拟变量与 \mathbf{x}_{it} 中可变系数之解释变量的互动项。

2. 随机系数模型(Random Coefficient Model)

将系数(斜率) β_i 视为随机变量, 并假设

$$\beta_i = \beta + v_i$$

其中, β 为常数向量, 而 v_i 为随机向量, 且满足 $E(v_i | x_i) = \mathbf{0}$, $\text{Var}(v_i | x_i) = \Sigma$ (对角矩阵)。

因此,

$$y_{it} = \mathbf{x}'_{it} \beta_i + \varepsilon_{it} = \mathbf{x}'_{it} (\beta + v_i) + \varepsilon_{it} = \mathbf{x}'_{it} \beta + (\mathbf{x}'_{it} v_i + \varepsilon_{it})$$

由于 $E(v_i | x_i) = \mathbf{0}$, 通过迭代期望定律, 可证明复合扰动项 $(\mathbf{x}'_{it} v_i + \varepsilon_{it})$ 与解释变量 \mathbf{x}_{it} 不相关, 故 OLS 一致。

但复合扰动项($\mathbf{x}'_{it}\boldsymbol{\nu}_i + \varepsilon_{it}$)的协方差矩阵为分块对角矩阵。

Swamy (1970)提出用 FGLS 来估计此模型。

16.9 面板工具变量法

虽然面板数据能缓解解决遗漏变量问题，如存在内生解释变量，仍需使用 IV。

通常分为两步。首先，对模型进行变换以解决遗漏变量问题(使用固定效应模型 FE 或一阶差分法 FD)；其次，对变换后的模型使用 2SLS 或 GMM 估计。

1. 对固定效应模型先进行离差变换，再使用工具变量法

固定效应模型的组内估计量把 $(y_{it} - \bar{y}_i)$ 对 $(\mathbf{x}_{it} - \bar{\mathbf{x}}_i)$ 进行 OLS 回归。

假设 \mathbf{x}_{it} 包含内生解释变量，而 \mathbf{z}_{it} 为有效工具变量 (\mathbf{x}_{it} 的外生解释变量也包括在 \mathbf{z}_{it} 中)。

可使用工具变量 $(\mathbf{z}_{it} - \bar{\mathbf{z}}_i)$ ，把 $(y_{it} - \bar{y}_i)$ 对 $(\mathbf{x}_{it} - \bar{\mathbf{x}}_i)$ 进行 2SLS 回归。

2. 对固定效应模型先进行一阶差分，再使用工具变量法

对于固定效应模型，也可先进行一阶差分，然后使用工具变量 $(\mathbf{z}_{it} - \mathbf{z}_{i,t-1})$ ，把 $(y_{it} - y_{i,t-1})$ 对 $(\mathbf{x}_{it} - \mathbf{x}_{i,t-1})$ 进行 2SLS 回归。

3. 对随机效应模型使用工具变量法

先对随机效应模型进行 FGLS 变换，然后对变换后的模型进行 2SLS 回归。

当工具变量个数多于内生解释变量个数时，对面板数据进行 GMM 估计会更有效率，但需要下载非官方 Stata 命令 `xtivreg2` 来执行。

4. 面板工具变量法的过度识别检验

对于面板工具变量法的过度识别检验，可通过非官方命令 `xtoverid` 来实现。

16.10 豪斯曼-泰勒估计量(选读)

16.11 动态面板

在面板模型中，如果解释变量包含被解释变量的滞后值，称为“动态面板数据” (Dynamic Panel Data, 简记 DPD)。

对于动态面板数据，即使组内估计量(FE)也不一致。假设

$$y_{it} = \alpha + \rho y_{i,t-1} + \beta x_{it} + u_i + \varepsilon_{it} \quad (t = 2, \dots, T)$$

其离差形式为

$$y_{it} - \bar{y}_i = \rho(y_{i,t-1} - \bar{L}y_i) + \beta(x_{it} - \bar{x}_i) + (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i) \quad (t = 2, \dots, T)$$

其中， $\bar{y}_i \equiv \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T y_{it}$ ， $\overline{Ly}_i \equiv \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T y_{i,t-1}$ ， $\bar{x}_i \equiv \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T x_{it}$ ， $\bar{\varepsilon}_i \equiv \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T \varepsilon_{it}$ 为时间平均值。

由于 \overline{Ly}_i 中包含 $\{y_{i1}, \dots, y_{i,T-1}\}$ 的信息，而 $\{y_{i1}, \dots, y_{i,T-1}\}$ 与 $(\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i)$ 相关，故 \overline{Ly}_i 肯定与 $(\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i)$ 相关。

FE 不一致，称为“动态面板偏差” (dynamic panel bias)。

对于长面板， n 小而 T 大，故动态面板偏差较小，可通过校正偏差的方法得到一致估计，参见第 13 节。

本节主要针对 n 大而 T 小的短动态面板(short dynamic panel)。

1. 差分 GMM

考虑以下动态面板模型：

$$y_{it} = \alpha + \rho y_{i,t-1} + \mathbf{x}'_{it} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{z}'_i \boldsymbol{\delta} + u_i + \varepsilon_{it} \quad (t = 2, \dots, T)$$

先作一阶差分以消去个体效应 u_i ，

$$\Delta y_{it} = \rho \Delta y_{i,t-1} + \Delta \mathbf{x}'_{it} \boldsymbol{\beta} + \Delta \varepsilon_{it} \quad (t = 2, \dots, T)$$

但 $\Delta y_{i,t-1} \equiv y_{i,t-1} - y_{i,t-2}$ 依然与 $\Delta \varepsilon_{it} \equiv \varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1}$ 相关，因为 $y_{i,t-1}$ 与 $\varepsilon_{i,t-1}$ 相关，故 $\Delta y_{i,t-1}$ 为内生变量。

Anderson and Hsiao(1981)提出使用 $y_{i,t-2}$ 作为 $\Delta y_{i,t-1}$ 的工具变量，然后进行 2SLS 估计，称为“Anderson-Hsiao 估计量”。

显然， $y_{i,t-2}$ 与 $\Delta y_{i,t-1} = y_{i,t-1} - y_{i,t-2}$ 相关。

如果 $\{\varepsilon_{it}\}$ 不存在自相关(须检验此假设)，则 $y_{i,t-2}$ 与 $\Delta \varepsilon_{it} = \varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1}$ 不相关(虽然 $y_{i,t-2}$ 依赖于 $\varepsilon_{i,t-2}$ ，但 $\varepsilon_{it}, \varepsilon_{i,t-1}$ 均与 $\varepsilon_{i,t-2}$ 不相关)。

在 $\{\varepsilon_{it}\}$ 不存在自相关的前提下， $y_{i,t-2}$ 是有效工具变量。

根据同样逻辑，更高阶的滞后变量 $\{y_{i,t-3}, y_{i,t-4}, \dots\}$ 也是有效 IV。

Arellano and Bond (1991)使用所有可能的滞后变量作为 IV (IV 个数多于内生变量个数)，进行 GMM 估计，称为“Arellano-Bond

估计量”，或“差分 GMM” (Difference GMM)。

记由工具变量组成的矩阵为 \mathbf{Z} ，则工具变量 $y_{i,t-2}$ ($t = 2, \dots, T$) 将为 \mathbf{Z} 贡献一个列向量：

$$(\cdot \ y_{i1} \ \cdots \ y_{i,T-2})'$$

其中，“ \cdot ”表示缺失值，意味着丢失第一行数据，损失样本容量。

类似地，使用工具变量 $y_{i,t-3}$ 将损失前两行数据。使用越高阶滞后作为工具变量，则损失的样本容量越多。

Holtz-Eakin et al (1988) 提出使用一系列的工具体变量来表示 $y_{i,t-2}$ ，其中每个工具体变量对应于一个时期，而将缺失值用 0 来代替：

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ y_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & y_{i2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & y_{i,T-2} \end{pmatrix}$$

这种形式的工具变量被称为“GMM 式”(GMM-type, GMM-style)或“展开式”(uncollapsd)工具变量。

传统形式的工具变量则称为“标准式”(standard)、“IV 式”(IV-style)或“collapsed”(折叠式)工具变量。

在差分 GMM 及系统 GMM 中，为减少损失样本容量，一般默认使用 GMM 式工具变量。

但如果工具变量并非滞后变量(比如，额外的工具变量，或外生变量作为自己的工具变量)，仍可使用标准式工具变量。

如果使用 GMM 式工具变量，则工具变量的总数是时间维度 T 的二次函数，可能导致很多工具变量。

差分 GMM 在作差分时也会带来以下四个问题。

(1) 如果 \mathbf{x}_{it} 仅为前定变量而非严格外生，则经过差分后， $\Delta \mathbf{x}_{it} = \mathbf{x}_{it} - \mathbf{x}_{i,t-1}$ 可能与 $\Delta \varepsilon_{it} = \varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1}$ 相关，使 $\Delta \mathbf{x}_{it}$ 成为内生变量。

可使用 $\{\mathbf{x}_{i,t-1}, \mathbf{x}_{i,t-2}, \dots\}$ 作为 $\Delta\mathbf{x}_{it}$ 的工具变量。

(2) 如果 T 很大, 会有很多工具变量, 容易出现弱工具变量问题(通常滞后越多期则相关性越弱)。

解决方法之一是在使用 Stata 命令 `xtabond` 时, 限制最多使用 q 阶滞后变量作为工具变量。

解决方法之二为使用折叠的 IV 式工具变量, 而不使用展开的 GMM 式工具变量。

(3) 不随时间变化的变量 \mathbf{z}_i 被消掉, 无法估计 \mathbf{z}_i 的系数。

(4) 如果序列 $\{y_{it}\}$ 具有很强的持续性, 即一阶自回归系数接近 1,

则 $y_{i,t-2}$ 与 $\Delta y_{i,t-1}$ 的相关性可能很弱，导致弱工具变量问题。

2. 水平 GMM

为解决上述问题(3)与(4)，Arellano and Bover (1995)重新回到水平方程(level equation)，并使用 $\{\Delta y_{i,t-1}, \Delta y_{i,t-2}, \dots\}$ 作为 $y_{i,t-1}$ 的 IV。

显然，二者相关。

另一方面，如果 $\{\varepsilon_{it}\}$ 不存在自相关，则 $E(\Delta y_{i,t-s} \varepsilon_{it}) = E(y_{i,t-s} \varepsilon_{it}) - E(y_{i,t-s-1} \varepsilon_{it}) = 0 - 0 = 0$ ， $s \geq 1$ ；但须假设 $\{\Delta y_{i,t-1}, \Delta y_{i,t-2}, \dots\}$ 与 u_i 不相关，才能保证这些 IV 与 $(u_i + \varepsilon_{it})$ 不相关。

假定 $|\rho| < 1$ ，则 $\{y_{it}\}$ 将趋于某均衡点 y_i^* (y_i^* 取决于 u_i)，而“ $\{\Delta y_{i,t-1}, \Delta y_{i,t-2}, \dots\}$ 与 u_i 不相关”的假设意味着趋于均衡点的速度 $\{\Delta y_{i,t-1}, \Delta y_{i,t-2}, \dots\}$ 与固定效应 u_i 无关。

因此，在整个样本期间， $\{y_{it}\}$ 应该在均衡点 y_i^* 附近。

如果以上条件都满足，可使用 $\{\Delta y_{i,t-1}, \Delta y_{i,t-2}, \dots\}$ 作为工具变量对水平方程进行 GMM 估计，称为“水平 GMM” (Level GMM)。

3. 系统 GMM

Blundell and Bond(1998)则将差分 GMM 与水平 GMM 结合在一起，将差分方程与水平方程作为一个方程系统进行 GMM 估计，称为

“系统 GMM” (System GMM)。

系统 GMM 的优点是可提高估计的效率（小样本性质更好），并可估计不随时间变化变量 z_i 的系数(系统 GMM 包含水平方程)。

其缺点是，必须额外地假定 $\{\Delta y_{i,t-1}, \Delta y_{i,t-2}, \dots\}$ 与 u_i 无关。

一般的动态面板模型包括被解释变量的多阶滞后值：

$$y_{it} = \alpha + \rho_1 y_{i,t-1} + \rho_2 y_{i,t-2} + \dots + \rho_p y_{i,t-p} + \mathbf{x}'_{it} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{z}'_i \boldsymbol{\delta} + u_i + \varepsilon_{it}$$

在 GMM 估计中，可指定额外的工具变量。

在水平方程中，如 \mathbf{x}_{it} 包括内生变量，可以其滞后值作为 IV。

差分 GMM 与系统 GMM 的有关检验:

差分 GMM 能够成立的前提之一是, 扰动项 $\{\varepsilon_{it}\}$ 不存在自相关。

即使原假设“扰动项 $\{\varepsilon_{it}\}$ 无自相关”成立, “扰动项的一阶差分”(first-differenced errors)仍存在一阶自相关, 因为

$$\begin{aligned}\text{Cov}(\Delta\varepsilon_{it}, \Delta\varepsilon_{i,t-1}) &= \text{Cov}(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1}, \varepsilon_{i,t-1} - \varepsilon_{i,t-2}) \\ &= -\text{Cov}(\varepsilon_{i,t-1}, \varepsilon_{i,t-1}) = -\text{Var}(\varepsilon_{i,t-1}) \neq 0\end{aligned}$$

但扰动项的差分将不存在二阶或更高阶的自相关, 即 $\text{Cov}(\Delta\varepsilon_{it}, \Delta\varepsilon_{i,t-k}) = 0, k \geq 2$ 。

可通过检验扰动项的差分是否存在一阶与二阶自相关，来检验原假设。相应的 Stata 命令为 `estat abond`。

其次，由于差分或系统 GMM 使用了较多个工具变量，故需要进行过度识别检验。相应的 Stata 命令为 `estat sargan`。

16.12 动态面板的 **Stata** 命令及实例

16.13 偏差校正 LSDV 法

虽然基于 IV 或 GMM 的估计方法是一致估计量(即当 $n \rightarrow \infty$ 时, 没有偏差), 但对于 n 较小而 T 较大的长面板可能存在较严重偏差。

Nickell (1981)证明, 动态面板偏差在数量级上与 T^{-1} 相当, 故当 $T \rightarrow \infty$ 时, 动态面板偏差趋向于 0。

对于长面板, 可使用“偏差校正 LSDV 法”(Biased-corrected LSDV, 简记 LSDVC)。

蒙特卡罗模拟结果显示, 对于 n 较小的长面板, 无论在偏差大小还是均方误差(RMSE)方面, LSDVC 法都明显优于差分 GMM 或系统 GMM。

LSDVC 法的基本思想是，首先使用 LSDV 法估计动态面板模型，记估计系数为 $\hat{\beta}_{\text{LSDV}}$ ；

其次，估计 LSDV 法的偏差，记为 \widehat{Bias} ；最后，将 LSDV 系数估计值减去此偏差，即得到偏差校正后的一致估计：

$$\hat{\beta}_{\text{LSDVC}} = \hat{\beta}_{\text{LSDV}} - \widehat{Bias}$$

估计量 $\hat{\beta}_{\text{LSDVC}}$ 的标准误差可通过自助法得到。

LSDVC 法的局限是，要求所有解释变量都严格外生，而差分 GMM 或系统 GMM 可通过引入工具变量来解决内生变量或前定变量的问题。