

Baum & Schaffer (2007)

$$y = x_1' \beta_1 + x_2' \beta_2 + u$$

其中 x_2 是内生的。

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \text{ 是 IV, } z_1 = x_1$$

$$z: L \times 1, \quad x: K \times 1, \quad z_1 = x_1: K_1 \times 1$$

$$x_2: K_2 \times 1$$

$$E[zx'] = E \left[\begin{bmatrix} z_1' \\ \vdots \\ z_L' \end{bmatrix} [x_1 \dots x_K] \right]$$

$$= E \begin{bmatrix} x_1 x_1' & x_1 x_2' \\ z_L x_1' & z_L x_2' \end{bmatrix}$$

等价于 $E[\tilde{z}_2 \hat{x}_2']$ 满秩。

$$\tilde{z}_2 = z_2 - L(z_2 | z_1)$$

$$\hat{x}_2 = x_2 - L(x_2 | z_1)$$

又等价于

$$E[\hat{x}_2 \hat{x}_2']^{-1} E[\hat{x}_2 \tilde{z}_2'] E[\tilde{z}_1 \tilde{z}_1']^{-1} E[\tilde{z}_1 \hat{x}_2']$$

的特征值不为 0。