

# 用数学进行经济分析（三）

## 宏观模型的数学化

---

赵博

南开大学金融学院

2026年6月1日

## 宏观问题

---

- 大萧条：市场经济为什么会长期停留在高失业状态
- 概念：有效需求、投资波动、流动性偏好、预期
- 凯恩斯本人对经济的复杂度有清晰认识。讨论是在特定时期对特定关系的简化理解
- IS-LM 是初步的数学化和简化；后续开始了更宏大的目标

# 宏观模型的对象

- 微观理论主要处理：

偏好、效用、策略、信息、激励、机制

- 宏观理论处理总量变量：

| 符号    | 含义     | 符号  | 含义   |
|-------|--------|-----|------|
| $Y$   | 总产出或收入 | $C$ | 总消费  |
| $I$   | 总投资    | $K$ | 资本存量 |
| $L$   | 劳动或就业  | $u$ | 失业率  |
| $\pi$ | 通货膨胀率  | $i$ | 名义利率 |
| $r$   | 实际利率   | $M$ | 货币供给 |
| $P$   | 价格水平   |     |      |

- 宏观模型解释：
  - 总产出、就业和通货膨胀如何共同变化
  - 增长和周期如何沿时间展开
  - 预期、冲击和政策规则如何改变经济路径

| 阶段        | 代表模型                       | 数学对象         |
|-----------|----------------------------|--------------|
| Keynes 问题 | 有效需求、非充分就业                 | 总量关系和行为方程    |
| IS-LM     | Hicks, Hansen              | 联立方程和静态比较    |
| 增长模型      | Solow, Ramsey              | 动态系统和跨期最优化   |
| 预期革命      | Friedman, Phelps, Lucas    | 预期、政策规则、结构参数 |
| DSGE      | Kydland, Prescott, Sargent | 随机动态一般均衡     |
| 实证动态      | Sims, VAR                  | 多变量时间序列系统    |

- 模型讨论：

资本积累、需求不足、预期、冲击、价格粘性、政策规则

- 模型为了可解性删掉了什么：

异质性、制度细节、金融摩擦、非线性、学习过程

- 模型和数据之间的距离在哪里：

预测、识别、参数稳定性、外推、危机时期表现

## Keynes 到 IS-LM：总量关系的方程化

---

## IS 曲线：商品市场均衡

- 总需求：

$$Y = C + I + G$$

- 消费依赖可支配收入：

$$C = C(Y - T), \quad 0 < C' < 1$$

- 投资依赖利率：

$$I = I(r), \quad I'(r) < 0$$

- 商品市场均衡：

$$Y = C(Y - T) + I(r) + G$$

### IS 曲线

给定财政政策  $(G, T)$ ，商品市场均衡给出收入  $Y$  与利率  $r$  的负向关系。

## LM 曲线：货币市场均衡

- 实际货币供给：

$$\frac{M}{P}$$

- 货币需求依赖收入和利率：

$$L = L(Y, r), \quad L_Y > 0, \quad L_r < 0$$

- 货币市场均衡：

$$\frac{M}{P} = L(Y, r)$$

- 收入越高，交易性货币需求越大；要保持货币市场均衡，利率需要上升

### LM 曲线

给定货币供给和价格水平，货币市场均衡给出收入  $Y$  与利率  $r$  的正向关系。

# IS-LM：同时均衡

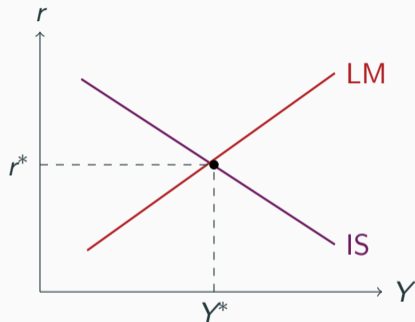
- IS：

$$Y = C(Y - T) + I(r) + G$$

- LM：

$$\frac{M}{P} = L(Y, r)$$

- 均衡是  $(Y^*, r^*)$
- 财政政策移动 IS
- 货币政策移动 LM



## 方法变化

宏观理论被写成两个市场的联立均衡，用来分析财政政策和货币政策的方向性影响。

- 开放经济加入净出口和资本流动

$$Y = C(Y - T) + I(r) + G + NX(e, Y, Y^*)$$

- 资本流动使本国利率与世界利率相关

$$r \approx r^*$$

- 汇率制度改变政策效果
  - 固定汇率下，货币政策受资本流动和汇率承诺限制
  - 浮动汇率下，货币政策通过汇率影响净出口

- 抓住的机制：  
商品市场、货币市场、利率、总需求
- 主要简化：
  - 价格水平通常被当作给定，通胀动态没有展开
  - 预期、金融资产结构和银行体系被压缩进少数函数
  - 行为方程缺少微观基础，参数可能随政策制度改变
- 实证距离：
  - 短期政策直觉清楚
  - 对滞胀、预期调整和金融危机解释较弱

## 后续发展

Phillips 曲线、理性预期、New Keynesian DSGE 都是在处理 IS-LM 里被压缩掉的价格、预期和政策规则。

## Solow : 增长作为动态系统

---

## Solow 模型：基本结构

- 总生产函数：

$$Y(t) = F(K(t), A(t)L(t))$$

- 人均有效资本：

$$k(t) = \frac{K(t)}{A(t)L(t)}$$

- 储蓄率外生：

$$S = sY$$

- 资本积累：

$$\dot{K} = sY - \delta K$$

### 模型目标

用资本积累解释长期增长路径和稳态收入差异。

- 令技术增长率为  $g$ ，人口增长率为  $n$
- 人均有效资本的动态方程：

$$\dot{k} = sf(k) - (n + g + \delta)k$$

- 稳态满足：

$$sf(k^*) = (n + g + \delta)k^*$$

- 如果  $k < k^*$ ，资本深化；如果  $k > k^*$ ，资本稀释

## 核心机制

储蓄推动资本积累；人口增长、技术增长和折旧稀释资本。

# Solow 模型的贡献与限制

| 贡献             | 限制               |
|----------------|------------------|
| 把增长写成资本存量的动态方程 | 储蓄率外生，家庭没有跨期最优化  |
| 清楚区分水平效应和长期增长率 | 技术进步外生，模型不解释创新来源 |
| 给出稳态和收敛的数学条件   | 没有短期波动、预期和政策规则   |

## 历史位置

Solow 模型把增长理论变成动态系统分析；下一步是把储蓄和投资决策内生化的。

## Solow 与现实距离：收敛问题

- Solow 模型的一个直接含义：资本边际产出递减，资本少的经济体有更高资本回报
- 如果国家之间只差初始资本，后发经济体应当增长更快

$$k_0 < k^* \Rightarrow \dot{k}/k \text{ 较高}$$

- 现实中没有普遍的无条件收敛
- 更常见的是条件收敛：

给定储蓄率、人口增长、教育、制度和技术条件后才比较收敛速度

- 后续文献转向：
  - 人力资本：Mankiw–Romer–Weil
  - 条件收敛：Barro, Sala-i-Martin
  - 内生增长：Romer, Lucas
  - 制度与增长：North, Acemoglu 等

## Solow 模型的局限

- 技术进步外生：

$$A(t) = A_0 e^{gt}$$

- 储蓄率外生：

$$S = sY$$

- 国家差异被压缩成少数参数：

$$s, n, g, \delta, f(\cdot)$$

- 现实中的教育、制度、产业结构、金融体系、国家能力、国际贸易被放在模型外

### 问题

Solow 讲的是资本、人力；长期增长的核心来源被放进外生技术进步。但其实增长的最核心因素  $A$  在模型外面。

## Ramsey : 跨期最优化进入宏观

---

## Ramsey 问题：确定性最优路径

- Ramsey 原始问题可以看成变分法或最优控制问题
- 没有不确定性，没有随机冲击
- 给定初始资本和资本积累方程，选择整条消费路径

$$\max_{\{c(t), k(t)\}_{t \geq 0}} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c(t)) dt$$

- 约束是资本运动方程：

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - \delta k(t), \quad k(0) = k_0$$

- 问题的解是一条最优消费路径  $c(t)$  和资本路径  $k(t)$

### 关键变化

宏观变量的路径由跨期最优化问题推出。

- Current-value Hamiltonian :

$$\mathcal{H} = u(c) + \lambda [f(k) - c - \delta k]$$

- 一阶条件 :

$$u'(c) = \lambda$$

- 协态方程 :

$$\dot{\lambda} = \lambda(\rho + \delta - f'(k))$$

- 横截条件排除无限期积累而不消费的路径 :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} \lambda(t) k(t) = 0$$

- 由一阶条件和协态方程可得：

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} [\underbrace{f'(k)} - \underbrace{\delta} - \underbrace{\rho}]$$

- $\theta$  是相对风险厌恶系数，也是跨期替代弹性的倒数
- 若资本净回报  $f'(k) - \delta$  高于时间偏好率  $\rho$ ，消费沿最优路径增长
- 若资本净回报低于时间偏好率，当前消费相对更有吸引力

### 和 Solow 的区别

Solow 中储蓄率  $s$  是外生参数；Ramsey 中储蓄和消费由跨期最优条件决定。

## Ramsey 的一个问题：代表性个体

### Representative Agent.

- Marshall 提出来的时候被批评。后续大家就这么用着
- 这种写法其实很多模型都有
- 这个设定删掉了：
  - 收入和财富分布
  - 借贷约束
  - 年龄结构
  - 不同家庭的风险暴露和边际消费倾向

### 后续发展

OLG 模型、Bewley-Aiyagari 模型和 HANK 模型都在把异质性重新放回跨期宏观模型。

Heterogeneous.

## 预期、政策与 Lucas Critique

---

## Phillips 曲线：从经验关系到预期关系

- 早期 Phillips 曲线写成通胀与失业的经验关系：

$$\pi_t = \alpha + \beta u_t$$

看到的表象

- Friedman-Phelps 加入预期通胀：

$$\pi_t = \pi_t^e - \beta(u_t - u^n)$$

Adaptive.

- 当预期调整后，长期失业率回到自然率
- 政策不能长期用更高通胀换更低失业

### 变化

宏观方程开始包含预期变量，政策效果取决于人们如何理解政策。

- Muth 提出理性预期，Lucas、Sargent、Wallace 将其带入宏观
- 理性预期的基本写法：

$$x_{t+1}^e = \mathbb{E}_t x_{t+1}$$

- 参与者使用模型中的信息形成预测
- 系统性政策会被预期到，政策效果不能只用旧的经验关系推断

## 直观含义

宏观参与者会学习、预测和调整行为；政策规则进入私人决策。

- 旧式政策评估常使用经验关系：

$$y_t = a + bm_t + \varepsilon_t$$

- Lucas 指出：政策规则改变后，参数  $a, b$  可能改变
- 稳定对象应当来自：

偏好、技术、约束、信息、政策规则

- 宏观模型需要写出行为者的决策问题和预期形成

New  
Keynesian

Micro  
Foundation.

## 方法论含义

政策分析不能只移动经验方程；要说明方程背后的决策规则为什么稳定。

## 政策无效命题：一个极简版本

- 供给取决于未预期到的价格变化：

$$y_t - y^n = \alpha(p_t - \mathbb{E}_{t-1}p_t)$$

- 货币政策规则若可预测：

$$m_t = \bar{m} + \gamma(y_{t-1} - y^n)$$

- 理性预期下，系统性政策会进入  $\mathbb{E}_{t-1}p_t$
- 只有未预期到的冲击影响实际产出

### 争议点

这个结论依赖价格灵活、信息结构和市场出清假设；后来的新凯恩斯模型重新引入价格粘性。

# 理性预期与现实距离

- 要求预测和模型结构相容
- 不必要求所有人拥有完全相同的信息集
- 标准宏观模型常进一步使用：
  - 共同模型
  - 代表性主体
  - 完全理性计算

“Entropy” 熵

Sims → Rational Inattention

- 这些附加设定和现实距离更大：现实中的预期有分歧、学习、叙事、错误和制度约束

Sargent → Robustness

## 后续发展

适应性学习、异质预期、有限理性、信息摩擦模型，都在处理理性预期假设过强的问题。

↑  
Bounded

Real Business Cycle.

RBC 与 DSGE : 随机动态一般均衡

---

## RBC 要处理的问题

- 早期 Keynes 传统关注需求不足、货币和财政政策
- Lucas 批判之后，宏观模型需要写出偏好、技术、约束和预期
- Kydland–Prescott 问的是：

一个竞争性动态一般均衡模型，能否生成类似真实数据的周期波动？

- RBC 的核心假设：
  - 市场出清
  - 家庭和企业跨期最优
  - 主要波动来源是真实冲击，尤其是生产率冲击

### 建模路线

先写一个可运行的动态一般均衡系统，再看真实冲击在系统中如何传播。

## RBC 模型：家庭问题

- 期初资本  $k_t$  是状态变量：进入本期时已经给定
- 家庭选择本期消费、劳动和下一期资本：

$$\max_{\{c_t, l_t, k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, 1 - l_t)$$

- 预算约束：

$$\underline{c_t} + \underline{k_{t+1}} = \underline{w_t l_t} + \underline{(1 + r_t) k_t}$$

- $k_{t+1}$  不直接进入效用函数
- 但它决定下一期状态，并影响未来收入和未来消费

### 选择变量

选择变量不一定直接进入效用函数；只要它由决策者控制，并通过约束影响目标函数，就是选择变量。

# RBC 模型：生产、积累与冲击

- 企业生产：

$$y_t = A_t F(k_t, l_t)$$

- 资源约束和资本积累：

$$c_t + i_t = y_t$$
$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$$

- 技术冲击：

$$\log A_{t+1} = \rho \log A_t + \varepsilon_{t+1}$$

## RBC 的核心

把商业周期解释为家庭和企业对真实冲击的动态调整。

# RBC 中的“冲击”是什么

- 标准 RBC 把周期波动写成生产率冲击：

“周期”

$$y_t = A_t F(k_t, l_t)$$

“Credit cycles”

$$\log A_{t+1} = \rho \log A_t + \varepsilon_{t+1}$$

“康波”  
Credit

- 数学上，冲击改变的是状态变量  $A_t$
- 它会改变边际产出、工资、利率、劳动供给和投资
- 真实世界中， $A_t$  可能混合了：

技术、能源、供应链、测度误差、制度变化、产能利用

## 方法论问题

把波动写成外生冲击可以生成动态路径；冲击本身如果缺少可观察含义，模型可能只是在用未解释变量拟合数据。

| 字母         | 含义                       |
|------------|--------------------------|
| Dynamic    | 状态变量沿时间演化，例如资本、债务、价格状态   |
| Stochastic | 经济受到随机冲击，例如技术、偏好、政策、金融冲击 |
| GE         | 家庭、企业和政策部门的决策同时一致，市场出清   |

## 建模顺序

写偏好和技术；写约束；求最优条件；加市场出清；指定冲击过程；求解动态均衡。

- 家庭 Euler 方程：

$$u_c(c_t, 1 - l_t) = \beta \mathbb{E}_t [u_c(c_{t+1}, 1 - l_{t+1})(1 + r_{t+1})]$$

- 劳动供给条件：

$$\frac{u_l(c_t, 1 - l_t)}{u_c(c_t, 1 - l_t)} = w_t$$

- 企业边际条件：

$$r_t = A_t F_k(k_t, l_t) - \delta, \quad w_t = A_t F_l(k_t, l_t)$$

- 资源约束：

$$c_t + i_t = y_t$$

*Dynamic programming.*

$\mathbb{E}[\ ]$

## RBC 里的经济周期是什么

- RBC 中的周期不是固定长度的历史循环
- 它通常指总量变量相对长期趋势的波动：

$$\log y_t = \text{trend}_t + \tilde{y}_t$$

- $\tilde{y}_t$  是周期成分，模型要解释它的波动、持续性和共同运动
- 关注的统计特征包括：

$$\sigma_y, \quad \sigma_c, \quad \sigma_i, \quad \text{corr}(c, y), \quad \text{corr}(i, y), \quad \text{corr}(l, y)$$

- 模型生成一组模拟时间序列，再把模拟数据的矩和真实数据比较

### 含义

RBC 的“周期”是随机冲击经过经济系统传播后形成的总量波动。

## RBC 周期和叙事周期

|      | RBC 里的周期      | 康波等长周期叙事       |
|------|---------------|----------------|
| 数学对象 | 变量相对趋势的随机波动   | 长时期技术、产业或金融阶段  |
| 时间尺度 | 通常是季度或年度宏观数据  | 常被讨论为几十年尺度     |
| 周期长度 | 没有固定周期长度      | 常强调相对固定的长波     |
| 识别方式 | 模型模拟、矩匹配、冲击响应 | 历史分期、案例和资产价格叙事 |

### 课堂注意

两者都谈“周期”，但数学对象不同。RBC 讨论的是去趋势后的总量波动，不是历史长波的阶段划分。

X 计量

- 背景：大型联立方程模型受到质疑
  - Lucas 批判：政策改变后，经验方程参数可能改变
  - Sims 的 VAR：少加结构假设，先让数据描述动态关系
- RBC 走另一条路：先写结构模型，再用模型生成数据
- 基本步骤：
  1. 写家庭效用、企业生产、资源约束和冲击过程
  2. 选定参数：偏好、技术、折旧、冲击持续性和方差
  3. 求解模型，模拟很多期的时间序列
  4. 去趋势后计算模拟数据的矩，并和真实数据比较（这种对比没有统计理论来支撑到底是否“足够近”）

# 校准 vs. 估计

表1 产出的自相关关系

| 自相关阶数(k) | 1              | 2              | 3              | 4              | 5              | 6               |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| 模拟数据     | 0.71<br>(0.07) | 0.45<br>(0.12) | 0.28<br>(0.13) | 0.19<br>(0.12) | 0.02<br>(0.11) | -0.13<br>(0.12) |
| 真实数据     | 0.84           | 0.57           | 0.27           | -0.01          | -0.20          | -0.30           |

注:括号中的数据为相应的标准差,下同。资料来源:Kyland & Prescott(1982)。

表2 模型经济与真实经济的特征值比较(美国经济,1950,1-1979;2)

| 标准差(%)   | 产出             | 消费             | 投资             | 存货             | 小时             | 生产率            |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 模拟数据     | 1.80<br>(0.23) | 0.63<br>(0.09) | 6.45<br>(0.62) | 2.00<br>(0.20) | 1.05<br>(0.13) | 0.90<br>(0.10) |
| 真实数据     | 1.8            | 1.3            | 5.1            | 1.7            | 2.0            | 1.0            |
| 与产出的相关系数 |                |                |                |                |                |                |
| 模拟数据     |                | 0.94<br>(0.01) | 0.8<br>(0.04)  | 0.39<br>(0.06) | 0.93<br>(0.01) | 0.90<br>(0.02) |
| 真实数据     |                | 0.74           | 0.71           | 0.51           | 0.85           | 0.10           |

资料来源:Kyland & Prescott(1982)。

Reduced Form

简约

习惯



Rep.

- 计量：模型可以变，根据哲学观、经济理论等，改变模型，以便更符合数据
- 校准：模型就这样，对模型有十足的信心。不那么追求数据是否贴合模型的结果。模型当然可以还不够好，但那是理论层面上的讨论。
- 校准的方法论实际上和 Austrian 的底层方法论很像，只是 Austrian 不用数学，也不用统计学

## 参数从哪里来

| 参数来源      | 例子   |
|-----------|--|
| 微观研究或已有文献 | 劳动供给弹性、风险厌恶、跨期替代弹性                         |
| 稳态比例匹配    | 资本产出比、消费产出比、投资产出比、劳动收入份额                   |
| 时间序列特征    | 技术冲击的持续性 $\rho$ 和方差 $\sigma_\varepsilon^2$ |
| 研究者设定     | 没有清楚经验来源但模型需要的自由参数                         |

### 问题

校准把模型当作一个可运行的实验系统。参数选择越依赖研究者判断，模型和数据的距离越需要单独讨论。

## 校准 vs. 估计

|      | 估计             | 校准              |
|------|----------------|-----------------|
| 出发点  | 给定统计模型，用数据估计参数 | 给定经济结构，选参数运行模型  |
| 评价标准 | 似然、标准误、检验、预测误差 | 模拟矩和真实矩是否接近     |
| 模型角色 | 模型可随数据证据调整     | 模型结构通常先被固定      |
| 主要风险 | 经验关系缺少结构解释     | 理论结构过强，距离数据仍被接受 |

### 方法论位置

校准强调理论结构先行。它能展示机制能否生成某些数据特征，但“足够接近”通常缺少统一的统计判准。

- 把增长模型、理性预期、随机冲击和市场出清合并
- 将宏观模型变成一个可模拟的动态实验系统
- 用校准参数生成模型时间序列
- 将模型生成的矩与真实数据矩比较：

$$\sigma_y, \quad \sigma_c, \quad \sigma_i, \quad \text{corr}(y, I)$$

### 历史位置

RBC 改变了宏观模型的工作方式：从估计总量方程，转向构造、求解和模拟结构模型。

- 抓住的机制：
  - 跨期替代、资本积累、技术冲击传播
- 强假设：
  - 市场持续出清
  - 波动主要来自真实冲击
  - 失业更多表现为劳动供给选择
  - 货币和金融摩擦不在核心机制中
- 主要争议：
  - 现实衰退中生产率冲击是否足够大
  - 劳动波动能否由跨期替代解释
  - 金融危机和需求收缩如何进入模型

## 后续发展

New Keynesian DSGE、金融摩擦模型、搜寻失业模型和 HANK 模型都在处理 RBC 过于简单的问题。

## Recursive Macro : 状态变量与 Bellman 方程

---

- 许多宏观问题可以写成：*Recursive Macro.*

今天的状态  $\Rightarrow$  今天的选择和明天的状态

- 状态变量：

$$k_t, A_t, b_t, z_t$$

- 决策规则：

$$c_t = c(k_t, A_t), \quad k_{t+1} = g(k_t, A_t)$$

- Sargent 的 recursive macro 强调用状态变量和值函数组织宏观模型

### 优势

递归写法适合求解无限期动态问题，也适合数值计算和政策实验。

- 状态为  $(k, z)$ ，其中  $z$  是生产率状态
- 值函数：

DP

↓

$$\underline{V(k, z)} = \max_{c, k'} \{ \underline{u(c)} + \beta \mathbb{E}[ \underline{V(k', z')} \mid z ] \}$$

- 资源约束：

$$\underline{c + k' = zF(k) + (1 - \delta)k}$$

- 最优政策函数：

$$\underline{c = c(k, z), \quad k' = g(k, z)}$$

## 数学对象

宏观均衡被写成值函数、政策函数和状态转移。

- 无限期问题被压缩成一个函数方程
- 不需要把整个历史写进模型，只要状态变量足够
- 便于处理随机冲击和异质性
- 现代宏观数值方法大量依赖这一写法

### 代价

状态变量选错，模型会漏掉重要历史信息；状态空间太大，计算会迅速变难。

- 递归方法要求状态变量足以概括过去：

$(k_t, z_t) \Rightarrow$  未来分布

- 这是一种强压缩
- 现实中的历史可能通过多种渠道持续影响未来：
  - 金融危机后的资产负债表
  - 长期失业造成的人力资本损失
  - 制度信任和政策信誉
  - 企业关系网络和供应链重组
- 递归写法的力量来自状态变量选择；风险也来自状态变量选择

## Sims 与 VAR：数据中的宏观动态

---

# VAR 的基本形式

- Sims 推动使用向量自回归研究宏观动态
- 令

$$y_t = x$$

$$y_t = \begin{pmatrix} \Delta \log Y_t \\ \pi_t \\ i_t \end{pmatrix}$$

Structural  
VAR

- VAR(p) :

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

- 不预先强加单向因果结构，让变量系统共同演化

## 用途

VAR 用来描述动态相关、预测变量路径、计算冲击响应。

# 冲击响应

- 宏观问题常关心：

一次货币政策冲击如何影响产出和通胀？

- VAR 可计算 impulse response function

$$\frac{\partial y_{t+h}}{\partial \varepsilon_t}$$

- 横轴是时间  $h$ ，纵轴是变量对冲击的反应
- 识别结构冲击需要额外假设，例如变量排序或符号限制



## 经验路线

Sims 的贡献是把宏观动态系统交给数据估计，同时保留对冲击传播的关注。

- VAR 把动态关系交给数据：

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \cdots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

- 抓住的东西：变量之间的时间序列联动和冲击响应
- 牺牲的东西：
  - 深层行为机制不清楚
  - 结构冲击需要额外识别假设
  - 样本期改变后，估计关系可能失效
- VAR 适合描述和预测动态；解释政策机制时需要识别设计

### 和 DSGE 的差别

DSGE 从结构假设推出动态；VAR 从数据估计动态。两者都需要面对识别和外推问题。

# New Keynesian DSGE : “价格粘性”与政策规则



## 为什么回到 Keynes 问题

- RBC 模型强调真实冲击和灵活价格
- 货币政策、需求不足和短期非充分就业需要新的机制
- New Keynesian 模型加入：
  - 垄断竞争
  - 价格粘性 ↩
  - 货币政策规则 ↩
- 目标是在 DSGE 框架内讨论 Keynes 关心的问题

- 动态 IS 曲线：

$$x_t = \mathbb{E}_t x_{t+1} - \sigma (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - r_t^n)$$

- New Keynesian Phillips Curve：

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \kappa x_t$$

- Taylor rule：

$$i_t = \rho i_{t-1} + (1 - \rho)(\phi_\pi \pi_t + \phi_x x_t) + \varepsilon_t^i$$

### 变量

$x_t$  是产出缺口， $\pi_t$  是通胀， $i_t$  是名义利率， $r_t^n$  是自然利率。

- 如果通胀上升，央行提高名义利率

$$\phi_{\pi} > 1$$

- 实际利率上升，压低需求

$$i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}$$

- 产出缺口下降，通胀压力下降
- Taylor principle 保证通胀预期不会自我实现地发散

### 现实联系

新凯恩斯 DSGE 成为许多央行分析货币政策、通胀和冲击传播的框架之一。

- 抓住的机制：
  - 需求、实际利率、价格粘性、通胀预期、政策规则
- 常见简化：
  - Calvo 定价把复杂定价行为压缩成一个价格调整概率
  - 代表性家庭弱化了分配和资产负债表渠道
  - 金融体系常作为摩擦项或冲击项进入
- 实证挑战：
  - 参数识别
  - 危机时期非线性
  - 零利率下限和非常规政策
  - 通胀预期的真实形成过程

## 后续发展

金融摩擦 DSGE、ZLB 模型、HANK、异质预期和行为宏观，都是对标准三方方程框架的扩展。

## 宏观数学化的收益与代价

---

# 宏观数学化得到了什么

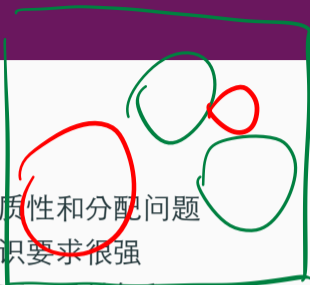
| 能力    | 内容                   |
|-------|----------------------|
| 动态分析  | 资本、消费、通胀、债务沿时间演化     |
| 政策实验  | 改变规则或冲击，计算经济路径反应     |
| 预期一致性 | 参与者的预测和模型本身一致        |
| 结构解释  | 从偏好、技术、约束和政策规则推出总量关系 |
| 数据连接  | 校准、估计、VAR、冲击响应、矩匹配   |

金融 ←

# 宏观数学化付出的代价



- 代表性主体容易掩盖异质性和分配问题
- 理性预期和共同模型知识要求很强
- 冲击过程常常被设定，而不是被解释
- 线性化和局部近似可能忽略危机时期的非线性
- 参数稳定性、识别和外推始终是难点



DSGE.

Agent-Based  
Modeling.

## 判断标准

宏观模型要看能否抓住关键机制、解释数据特征、支持清楚的政策比较。

Schelling (1974)

Santa Fe Institute.

## 宏观模型的共同检查点

| 问题     | 检查方式                       |
|--------|----------------------------|
| 总量从哪里来 | 是否说明个体差异如何加总；代表性主体是否掩盖分配渠道 |
| 预期如何形成 | 是否只有理性预期；是否允许信息差异、学习和系统性错误 |
| 冲击是什么  | 冲击是否有可观察来源；是否只是残差项或拟合装置    |
| 参数是否稳定 | 政策制度改变后，行为关系是否仍可用于预测       |
| 识别是否清楚 | 数据中的相关关系能否支持结构解释和政策反事实     |

### 时刻注意

两层：方程给出的机制，方程删掉的现实结构。








## 历史路线图









| 时间          | 人物/模型                           | 数学化含义             |
|-------------|---------------------------------|-------------------|
| 1936        | Keynes                          | 提出有效需求和非充分就业问题    |
| 1937–1950s  | Hicks, Hansen                   | IS–LM，把宏观关系方程化    |
| 1950s–1960s | Solow, Swan                     | 增长模型成为动态系统        |
| 1960s       | Ramsey, Cass, Koopmans          | 跨期最优化进入增长理论       |
| 1960s–1970s | Friedman, Phelps, Lucas         | 预期和政策规则进入宏观模型     |
| 1980s       | Kydland, Prescott               | RBC 和随机动态一般均衡     |
| 1980s–1990s | Sargent, Sims                   | 递归方法与 VAR 动态系统    |
| 1990s 以后    | Taylor, Calvo, Woodford, Galí 等 | 新凯恩斯 DSGE 与货币政策分析 |




- IS-LM 把总量关系写成联立方程
- Solow 把增长写成资本积累的动态系统
- Ramsey 把储蓄和消费写成跨期最优化
- Lucas 和 Sargent 把预期和政策规则放进模型结构
- RBC/DSGE 把宏观写成随机动态一般均衡
- Sims 的 VAR 提供了数据驱动的宏观动态系统
- 新凯恩斯 DSGE 在价格粘性下分析通胀和货币政策

## 主线

宏观模型的数学化把总量经济写成动态系统。每一次数学化都带来新的分析能力，也压缩或排除一部分现实结构。

-  Keynes, J. M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*.
-  Hicks, J. R. (1937). Mr. Keynes and the Classics: A Suggested Interpretation. *Econometrica*.
-  Mundell, R. A. (1963). Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates. *Canadian Journal of Economics and Political Science*.
-  Solow, R. M. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*.
-  Mankiw, N. G., Romer, D., and Weil, D. N. (1992). A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*.
-  Barro, R. J. and Sala-i-Martin, X. (1992). Convergence. *Journal of Political Economy*.
-  Romer, P. M. (1986). Increasing Returns and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy*.

-  Lucas, R. E. (1988). On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics*.
-  Ramsey, F. P. (1928). A Mathematical Theory of Saving. *Economic Journal*.
-  Cass, D. (1965). Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *Review of Economic Studies*.
-  Koopmans, T. C. (1965). On the Concept of Optimal Economic Growth.
-  Aiyagari, S. R. (1994). Uninsured Idiosyncratic Risk and Aggregate Saving. *Quarterly Journal of Economics*.
-  Friedman, M. (1968). The Role of Monetary Policy. *American Economic Review*.
-  Phelps, E. S. (1967). Phillips Curves, Expectations of Inflation and Optimal Unemployment over Time. *Economica*.
-  Lucas, R. E. (1976). Econometric Policy Evaluation: A Critique.

-  Kydland, F. E. and Prescott, E. C. (1982). Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*.
-  Bernanke, B., Gertler, M., and Gilchrist, S. (1999). The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework.
-  Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and Reality. *Econometrica*.
-  Ljungqvist, L. and Sargent, T. J. (2018). *Recursive Macroeconomic Theory*.
-  Woodford, M. (2003). *Interest and Prices*.
-  Galí, J. (2015). *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*.
-  Kaplan, G., Moll, B., and Violante, G. L. (2018). Monetary Policy According to HANK. *American Economic Review*.